



3. บริษัทผลิตกระดาษแห่งหนึ่ง มีพนักงานหญิง คิดเป็น  $\frac{3}{5}$  ของพนักงานทั้งหมด ถ้ารับพนักงานหญิงเพิ่ม 5 คน และ

พนักงานชายเพิ่ม 5 คน ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

ก. พนักงานหญิงและชายมีจำนวนเท่ากัน

ข. พนักงานหญิงมีจำนวนมากกว่าพนักงานชาย

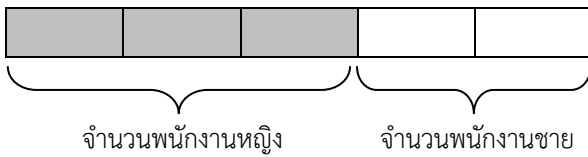
ค. พนักงานชายมีจำนวนมากกว่าพนักงานหญิง

ง. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะสรุปได้

ตอบ ข. พนักงานหญิงมีจำนวนมากกว่าพนักงานชาย

แนวคิด

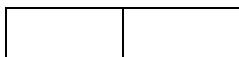
จำนวนพนักงาน (เดิม)



จำนวนพนักงานหญิง :



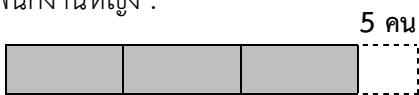
จำนวนพนักงานชาย :



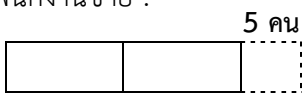
บริษัทรับพนักงานหญิงเพิ่ม 5 คน และพนักงานชายเพิ่ม 5 คน จะได้

จำนวนพนักงาน (ใหม่)

จำนวนพนักงานหญิง :



จำนวนพนักงานชาย :



จะพบว่า จำนวนพนักงานหญิงมากกว่าพนักงานชาย 1 ส่วน

นั่นคือ จำนวนพนักงานหญิงมากกว่าพนักงานชาย



6. ค่าส่งพัสดุไปรษณีย์ของประเทศไทยขึ้นอยู่กับน้ำหนักของพัสดุดังตารางต่อไปนี้

พิกัดน้ำหนัก (กรัม)		อัตราค่าบริการ (บาท)	ค่าหีบห่อ (บาท)
ตั้งแต่	แต่ไม่เกิน		
1	20	32	30
21	100	37	30
101	250	42	50
251	500	52	50
501	1,000	67	65
1,001	1,500	82	65
1,501	2,000	97	85
2,001	2,500	122	85
2,501	3,000	137	100
3,001	3,500	157	100
3,501	4,000	177	125
4,001	4,500	197	125
4,501	5,000	217	150

ถ้าคุณต้องการส่งพัสดุไปให้เพื่อนคนหนึ่งสองชิ้น โดยแต่ละชิ้นมีน้ำหนัก 200 กรัม และ 400 กรัม คุณควรจะส่งพัสดุสองชิ้นรวมกัน หรือแยกส่งกล่องละชิ้นจึงจะเสียค่าบริการรวมกับค่าหีบห่อน้อยที่สุด และค่าส่งจะต่างกันเท่าใด

- ก. ส่งพัสดุสองชิ้นรวมกัน ค่าส่งจะต่างกัน 62 บาท
- ข. ส่งพัสดุสองชิ้นรวมกัน ค่าส่งจะต่างกัน 68 บาท
- ค. แยกส่งพัสดุกกล่องละชิ้น ค่าส่งจะต่างกัน 62 บาท
- ง. แยกส่งพัสดุกกล่องละชิ้น ค่าส่งจะต่างกัน 68 บาท

ตอบ ก. ส่งพัสดุสองชิ้นรวมกัน ค่าส่งจะต่างกัน 62 บาท

แนวคิด

**กรณีแยกส่งกล่องละชิ้น**

พัสดุน้ำหนัก 200 กรัม จะอยู่ในพิกัดน้ำหนักตั้งแต่ 101–250 กรัม ซึ่งเสียค่าบริการรวมกับค่าหีบห่อเป็นเงิน  $42 + 50 = 92$  บาท

พัสดุน้ำหนัก 400 กรัม จะอยู่ในพิกัดน้ำหนักตั้งแต่ 251–500 กรัม ซึ่งเสียค่าบริการรวมกับค่าหีบห่อเป็นเงิน  $52 + 50 = 102$  บาท

รวมค่าส่งพัสดุแบบแยกส่งกล่องละชิ้นเป็นเงิน  $92 + 102 = 194$  บาท

**กรณีส่งพัสดุสองชิ้นรวมกัน**

พัสดุดูสองชิ้นรวมกันมีน้ำหนักรวม  $200 + 400 = 600$  กรัม จะอยู่ในพิกัดน้ำหนักตั้งแต่ 501–1,000 กรัม ซึ่งเสียค่าบริการรวมกับค่าหีบห่อเป็นเงิน  $67 + 65 = 132$  บาท

ดังนั้น ส่งพัสดุสองชิ้นรวมกันจะเสียค่าบริการรวมกับค่าหีบห่อน้อยกว่าส่งแบบแยกกล่องละชิ้น และค่าส่งจะต่างกัน  $194 - 132 = 62$  บาท

7. กำหนด A, B, C และ D แทนเลขโดดที่แตกต่างกัน โดยที่  $D > 1$

$$\begin{array}{r} ABC \times \\ \underline{\quad} \\ 807 \\ \hline \end{array}$$

จงหาเลขโดดในหลักหน่วยของ  $D^{ABC}$

- |      |      |
|------|------|
| ก. 1 | ข. 3 |
| ค. 7 | ง. 9 |

ตอบ ข. 3

แนวคิด

ขั้นที่ 1 : หาค่า D และ ABC

วิธีที่ 1

- พิจารณาจากหลักหน่วยของผลลัพธ์ คือ 7  
 ดังนั้น  $C \times D = 7$  จะต้องลงท้ายด้วย 7  
 จะได้  $C = 1, D = 7$   
 หรือ  $C = 3, D = 9$   
 หรือ  $C = 9, D = 3$
- พิจารณาจากหลักร้อยของผลลัพธ์ คือ 8  
 จะได้ว่า  $A \times D$  ต้องไม่เกิน 8  
 ดังนั้น D จะเท่ากับ 3 หรือ 7

ถ้า D เท่ากับ 7 C จะต้องเป็น 1 และเนื่องจากหลักสิบของผลลัพธ์คือ 0 ดังนั้น B จะต้องเป็น 0 ทำให้ไม่เกิดการทด พิจารณา  $A \times D$  ในหลักร้อยของผลลัพธ์มีค่าเท่ากับ 8 เนื่องจาก D เท่ากับ 7 จึงหาค่า A ที่มีสมบัติดังกล่าวไม่ได้

ถ้า D เท่ากับ 3 C จะต้องเป็น 9 ซึ่งจะทำให้ผลคูณเป็น  $9 \times 3 = 27$  จึงเกิดการทด 2 ในหลักสิบ และเนื่องจากหลักสิบของผลลัพธ์คือ 0 จะได้  $B \times 3$  ต้องมีผลลัพธ์ลงท้ายด้วย 8 ดังนั้น B เท่ากับ 6 จึงเกิดการทด 2 ในหลักร้อย พิจารณา  $A \times 3$  ในหลักร้อยของผลลัพธ์มีค่าเท่ากับ 8 จะได้  $A \times 3$  ต้องมีผลลัพธ์เป็น 6 ดังนั้น A เท่ากับ 2

ดังนั้น  $ABC = 269$  และ  $D = 3$

วิธีที่ 2

โจทย์กำหนดให้  $ABC \times D = 807$

เนื่องจาก  $807 = 269 \times 3$  และ 269 เป็นจำนวนเฉพาะ

ดังนั้น  $ABC = 269$  และ  $D = 3$

**ขั้นที่ 2 : หาเลขโดดในหลักหน่วยของ  $D^{ABC}$**

จาก  $D^{ABC} = 3^{269}$

พิจารณา	$3^1 = 3$	เลขโดดในหลักหน่วยคือ 3		$3^5 = 243$	เลขโดดในหลักหน่วยคือ 3
	$3^2 = 9$	เลขโดดในหลักหน่วยคือ 9		$3^6 = 729$	เลขโดดในหลักหน่วยคือ 9
	$3^3 = 27$	เลขโดดในหลักหน่วยคือ 7		$3^7 = 2,187$	เลขโดดในหลักหน่วยคือ 7
	$3^4 = 81$	เลขโดดในหลักหน่วยคือ 1		$3^8 = 6,561$	เลขโดดในหลักหน่วยคือ 1

จะเห็นว่าเลขโดดในหลักหน่วยของผลลัพธ์จะซ้ำเหมือนเดิมคือ 3, 9, 7, 1 ซึ่งจะเกิดการซ้ำทุกๆ 4 จำนวน ดังนั้น การพิจารณาหาเลขโดดในหลักหน่วยของผลลัพธ์จากการยกกำลังกระทำได้โดยนำเลขชี้กำลังหารด้วย 4

- ถ้าหารแล้ว
- เหลือเศษ 1 หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 3
  - เหลือเศษ 2 หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 9
  - เหลือเศษ 3 หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 7
  - เหลือเศษ 0 หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 1

เนื่องจาก 269 หารด้วย 4 จะเหลือเศษ 1

ดังนั้น  $3^{269}$  จะมีผลลัพธ์ที่มีเลขโดดในหลักหน่วยเป็น 3

8. ในการถางหญ้าแปลงหนึ่งให้แล้วเสร็จ ถ้า ก และ ข ช่วยกันถางหญ้าจะใช้เวลา 80 นาที ถ้า ก และ ค ช่วยกันถางหญ้าจะใช้เวลา 96 นาที และถ้าให้ ก ถางหญ้าแปลงนี้คนเดียวจะใช้เวลา 120 นาที อยากทราบว่าถ้าให้ ข และ ค ช่วยกันถางหญ้าแปลงนี้จะใช้เวลากี่นาที

- ก. 84 นาที
- ข. 108 นาที
- ค. 110 นาที
- ง. 160 นาที

ตอบ ง. 160 นาที

**แนวคิด**

**พิจารณา ก และ ข ช่วยกันถางหญ้า**

เวลา 80 นาที ก และ ข ช่วยกันถางหญ้าได้เท่ากับ 1 แปลง

เวลา 1 นาที ก และ ข ช่วยกันถางหญ้าได้เท่ากับ  $\frac{1}{80}$  แปลง

**พิจารณา ก และ ค ช่วยกันถางหญ้า**

เวลา 96 นาที ก และ ค ช่วยกันถางหญ้าได้เท่ากับ 1 แปลง

เวลา 1 นาที ก และ ค ช่วยกันถางหญ้าได้เท่ากับ  $\frac{1}{96}$  แปลง

**พิจารณา ก ถางหญ้าคนเดียว**

เวลา 120 นาที ก ถางหญ้าคนเดียวได้เท่ากับ 1 แปลง

เวลา 1 นาที ก ถางหญ้าคนเดียวได้เท่ากับ  $\frac{1}{120}$  แปลง


จะได้ว่า เวลา 1 นาที ข ถ่างหญ้าคนเดียวได้เท่ากับ  $\frac{1}{80} - \frac{1}{120} = \frac{1}{240}$  แปลง


เวลา 1 นาที ค ถ่างหญ้าคนเดียวได้เท่ากับ  $\frac{1}{96} - \frac{1}{120} = \frac{1}{480}$  แปลง


ดังนั้น เวลา 1 นาที ข และ ค ช่วยกันถ่างหญ้าได้เท่ากับ  $\frac{1}{240} + \frac{1}{480} = \frac{1}{160}$  แปลง


นั่นคือ ข และ ค ช่วยกันถ่างหญ้าแปลงนี้จะถ่างเสร็จโดยใช้เวลา 160 นาที

9. ในการนำก้อนไม้ขีดมาเรียงต่อกันเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า โดยที่

ก้อนไม้ขีด 3 ก้อน สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ได้ 1 รูป 

ก้อนไม้ขีด 5 ก้อน สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ได้ 2 รูป 

ก้อนไม้ขีด 7 ก้อน สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ได้ 3 รูป 

ก้อนไม้ขีด 9 ก้อน สร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ได้ 4 รูป 

อยากทราบว่า ถ้ามีก้อนไม้ขีด 79 ก้อน จะสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าได้กี่รูป

ก. 38 รูป

ข. 39 รูป

ค. 40 รูป

ง. 41 รูป

ตอบ ข. 39 รูป

แนวคิด

วิธีที่ 1 พิจารณาตาราง

จำนวนก้อนไม้ขีด	จำนวนรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
3	1
5	2
7	3
9	4
11	5
13	6
15	7
17	8
19	9
21	10
23	11
25	12
27	13
29	14
⋮	⋮
79	39

} 4 รูป

} 5 รูป

} 5 รูป

→ = 4 + (7 × 5) = 39





x	y	x - 2	y + 1	(x - 2)(y + 1)	สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด
3	20	1	21	21	✗
4	15	2	16	32	✗
5	12	3	13	39	✗
6	10	4	11	44	✗
10	6	8	7	56	✗
12	5	10	6	60	✓
15	4	13	5	65	✗
20	3	18	4	72	✗
30	2	28	3	84	✗
60	1	58	2	116	✗

นั่นคือ เดือนที่แล้วสมศักดิ์ซื้อผักบุ้งกิโลกรัมละ 5 บาท

11. กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่งมีปริมาตร 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่สอง มีความยาว ความกว้าง และความสูงเป็น 2 เท่าของกล่องใบที่หนึ่ง ปริมาตรของกล่องใบที่สองเป็นเท่าใด
- ก. 200 ลูกบาศก์เซนติเมตร
  - ข. 400 ลูกบาศก์เซนติเมตร
  - ค. 600 ลูกบาศก์เซนติเมตร
  - ง. 800 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ ง. 800 ลูกบาศก์เซนติเมตร

**แนวคิด**

ปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง × ยาว × สูง

กำหนดให้ x แทน ความยาวของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่ง

y แทน ความกว้างของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่ง

z แทน ความสูงของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่ง

ดังนั้น ปริมาตรของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่ง =  $xyz$

จากโจทย์กำหนด ปริมาตรของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่ง = 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร

นั่นคือ  $xyz = 100$

พิจารณากล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่สอง

เนื่องจาก 2 เท่าของความยาวกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่ง =  $2x$

2 เท่าของความกว้างกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่ง =  $2y$

2 เท่าของความสูงกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่หนึ่ง =  $2z$

ดังนั้น ปริมาตรของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่สอง =  $(2x)(2y)(2z)$

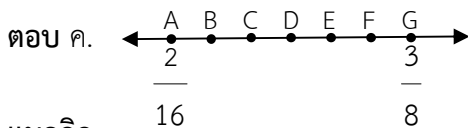
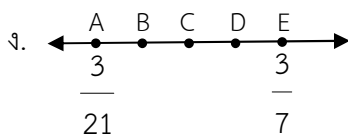
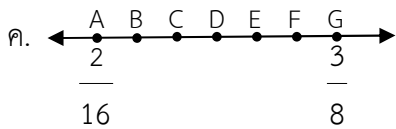
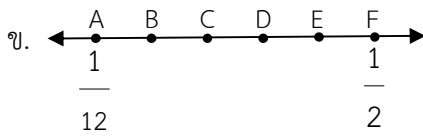
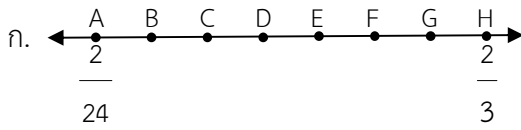
$$= 8xyz$$

$$= 8(100)$$

$$= 800$$

ดังนั้น ปริมาตรของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบที่สองเท่ากับ 800 ลูกบาศก์เซนติเมตร

12. ให้จุดบนเส้นจำนวนแต่ละเส้นมีระยะห่างเท่ากัน จงหาว่าจุด D บนเส้นจำนวนในข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\frac{3}{12}$



แนวคิด

ข้อ ก. ไม่ถูกต้อง เพราะ

จุด A มีค่าเท่ากับ  $\frac{2}{24}$  และจุด H มีค่าเท่ากับ  $\frac{2}{3}$

เนื่องจากระหว่างจุด A ถึง จุด H แบ่งออกเป็น 7 ส่วน ดังนั้นแต่ละส่วนจึงมีค่าเท่ากับ  $\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{24}\right) \div 7 = \frac{2}{24}$

ดังนั้น จุด D จึงมีค่าเท่ากับ  $\frac{8}{24}$

ซึ่ง  $\frac{8}{24} \neq \frac{3}{12}$

ข้อ ข. ไม่ถูกต้อง เพราะ

จุด A มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{12}$  และจุด F มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{2}$

เนื่องจากระหว่างจุด A ถึง จุด F แบ่งออกเป็น 5 ส่วน ดังนั้นแต่ละส่วนจึงมีค่าเท่ากับ  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\right) \div 5 = \frac{1}{12}$

ดังนั้น จุด D จึงมีค่าเท่ากับ  $\frac{4}{12}$

ซึ่ง  $\frac{4}{12} \neq \frac{3}{12}$

ข้อ ค. ถูกต้อง เพราะ

จุด A มีค่าเท่ากับ  $\frac{2}{16}$  และจุด G มีค่าเท่ากับ  $\frac{3}{8}$

เนื่องจากระหว่างจุด A ถึง จุด G แบ่งออกเป็น 6 ส่วน ดังนั้นแต่ละส่วนจึงมีค่าเท่ากับ  $\left(\frac{3}{8} - \frac{2}{16}\right) \div 6 = \frac{1}{24}$

จุด D จึงมีค่าเท่ากับ  $\frac{4}{16}$

ซึ่ง  $\frac{4}{16} = \frac{3}{12}$

ข้อ ง. ไม่ถูกต้อง

จุด A มีค่าเท่ากับ  $\frac{3}{21}$  และจุด E มีค่าเท่ากับ  $\frac{3}{7}$

เนื่องจากระหว่างจุด A ถึง จุด E แบ่งออกเป็น 4 ส่วน ดังนั้นแต่ละส่วนจึงมีค่าเท่ากับ  $\left(\frac{3}{7} - \frac{3}{21}\right) \div 4 = \frac{1}{14}$

จุด D จึงมีค่าเท่ากับ  $\frac{5}{14}$

ซึ่ง  $\frac{5}{14} \neq \frac{3}{12}$

13. กำหนดให้จำนวนเต็มสองจำนวนรวมกันเป็น 25 ถ้าจำนวนที่น้อยกว่ามีค่าเป็น 40% ของผลรวมทั้งสองจำนวน แล้วจำนวนที่มากกว่ามีค่าเท่าใด

ก. 10

ข. 15

ค. 20

ง. 22

ตอบ ข. 15

แนวคิด

วิธีที่ 1

ให้  $x, y$  เป็นจำนวนเต็ม โดยที่  $x < y$

จากโจทย์ กำหนดให้จำนวนเต็มสองจำนวนรวมกันเป็น 25

นั่นคือ  $x + y = 25$

จำนวนที่น้อยกว่ามีค่าเป็น 40% ของผลรวมทั้งสองจำนวน

นั่นคือ  $x = \frac{40}{100} \times 25 = 10$

ดังนั้น  $y = 25 - x = 25 - 10 = 15$

นั่นคือ จำนวนที่มากกว่าคือ 15

วิธีที่ 2

100% เท่ากับ 25

จะได้ 40% เท่ากับ  $25 \times \frac{40\%}{100\%} = 10$

นั่นคือ จำนวนน้อยมีค่าเท่ากับ 10

ดังนั้น จำนวนมากมีค่าเป็น  $25 - 10 = 15$

14. ครอบครัวสุขเกษมและครอบครัวสุขสันต์เป็นเพื่อนบ้านกัน สนามหญ้าหน้าบ้านของแต่ละครอบครัวมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยมีความยาวรอบรูป 24 เมตรเท่ากัน ถ้าพื้นที่ของสนามหญ้าของทั้งสองครอบครัวต่างกัน 8 ตารางเมตร โดยที่ความกว้างและความยาวของสนามหญ้าทั้งสองครอบครัวเป็นจำนวนเต็ม อยากรทราบว่าพื้นที่สนามหญ้าของทั้งสองครอบครัวรวมกันเป็นเท่าใด

ก. 32 ตารางเมตร

ข. 36 ตารางเมตร

ค. 62 ตารางเมตร

ง. 68 ตารางเมตร

ตอบ ค. 62 ตารางเมตร

แนวคิด

เนื่องจาก ความยาวรอบรูปของสนามหญ้าที่มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเท่ากับ 24 เมตร

ดังนั้น ความกว้าง + ความยาว = 12 เมตร

เพราะฉะนั้น สนามหญ้าจะมีความกว้าง ความยาว และพื้นที่ได้ดังตารางต่อไปนี้

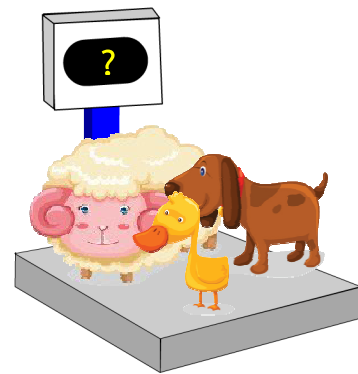
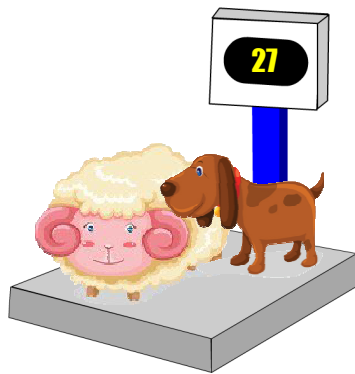
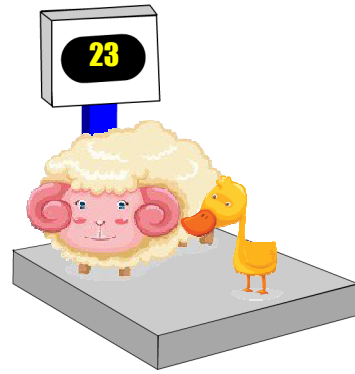
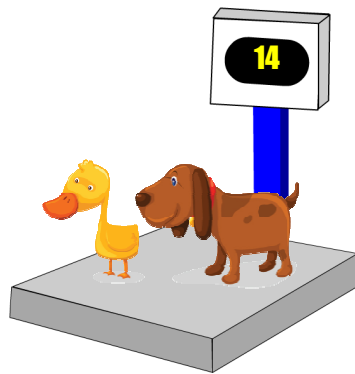
ความกว้าง	ความยาว	พื้นที่
1	11	11
2	10	20
3	9	27
4	8	32
5	7	35
6	6	36

จากโจทย์ กำหนดให้พื้นที่ของสนามหญ้าของทั้งสองครอบครัวต่างกัน 8 ตารางเมตร

จากตารางจะพบว่า พื้นที่ของสนามหญ้าที่สอดคล้องกับเงื่อนไข คือ 27 ตารางเมตร และ 35 ตารางเมตร

ดังนั้น พื้นที่สนามหญ้าของทั้งสองครอบครัวรวมกันเท่ากับ  $27 + 35 = 62$  ตารางเมตร

15. จากภาพเป็นการชั่งน้ำหนักของสุนัข เป็ด และแกะ ซึ่งมีหน่วยเป็นกิโลกรัม จงหาน้ำหนักรวมของสัตว์ทั้งสามชนิดนี้



- ก. 32 กิโลกรัม
- ค. 60 กิโลกรัม

- ข. 37 กิโลกรัม
- ง. 64 กิโลกรัม

ตอบ ก. 32 กิโลกรัม

แนวคิด

$$\text{น้ำหนักสุนัข} + \text{น้ำหนักเป็ด} = 14 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{น้ำหนักแกะ} + \text{น้ำหนักเป็ด} = 23 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{น้ำหนักสุนัข} + \text{น้ำหนักแกะ} = 27 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{สมการ (1)+(2)+(3) จะได้} \quad 2 \times \text{น้ำหนักสุนัข} + 2 \times \text{น้ำหนักเป็ด} + 2 \times \text{น้ำหนักแกะ} = 64$$

$$2(\text{น้ำหนักสุนัข} + \text{น้ำหนักเป็ด} + \text{น้ำหนักแกะ}) = 64$$

$$\text{น้ำหนักสุนัข} + \text{น้ำหนักเป็ด} + \text{น้ำหนักแกะ} = 32$$

ดังนั้น น้ำหนักรวมของสัตว์ทั้งสามชนิดนี้เท่ากับ 32 กิโลกรัม

16. แท่งไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 25 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร และสูง 30 เซนติเมตร ตัดมุมทุกมุมเป็นแท่งลูกบาศก์ขนาดยาวด้านละ 7 เซนติเมตร แท่งไม้ส่วนที่เหลือจะมีพื้นที่ผิวทั้งหมดกี่ตารางเซนติเมตร

ก. 2,400 ตารางเซนติเมตร

ข. 2,448 ตารางเซนติเมตร

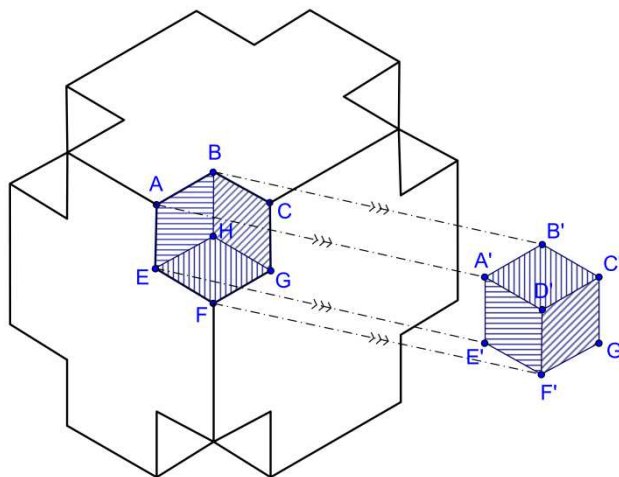
ค. 3,624 ตารางเซนติเมตร

ง. 4,800 ตารางเซนติเมตร

ตอบ ง. 4,800 ตารางเซนติเมตร

แนวคิด

พิจารณารูปต่อไปนี้



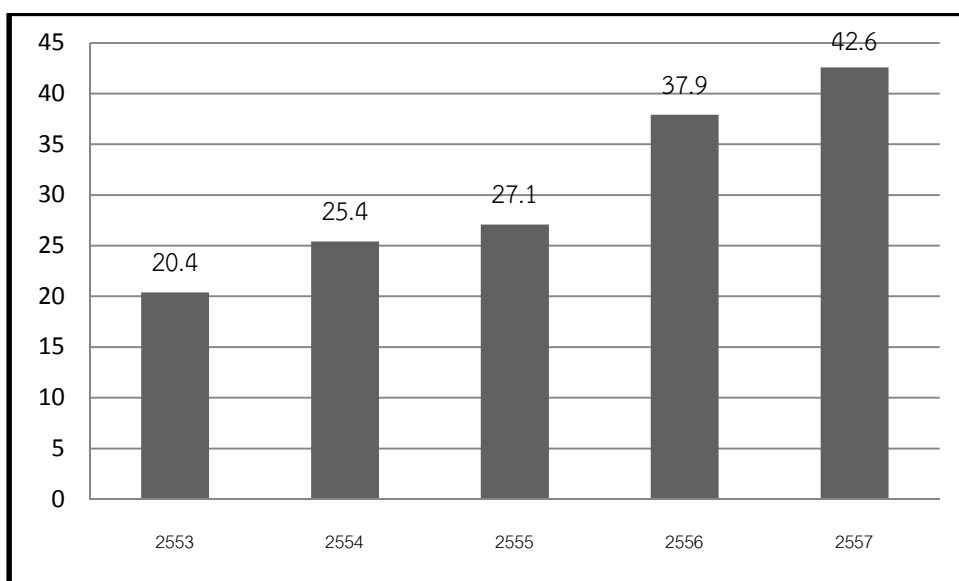
เนื่องจากพื้นที่ผิวส่วนที่เหลือจากการตัดมุมเป็นลูกบาศก์ขนาดยาวด้านละ 7 เซนติเมตร มีค่าเท่ากับพื้นที่ผิวของทรงลูกบาศก์ที่ตัดออกไป ดังนั้นจึงคิดพื้นที่ผิวเท่ากับแท่งไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยไม่ตัดมุมออก มีวิธีคิดดังนี้

1) พื้นที่ผิวขนาด กว้าง 25 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร มีทั้งหมด 4 หน้า

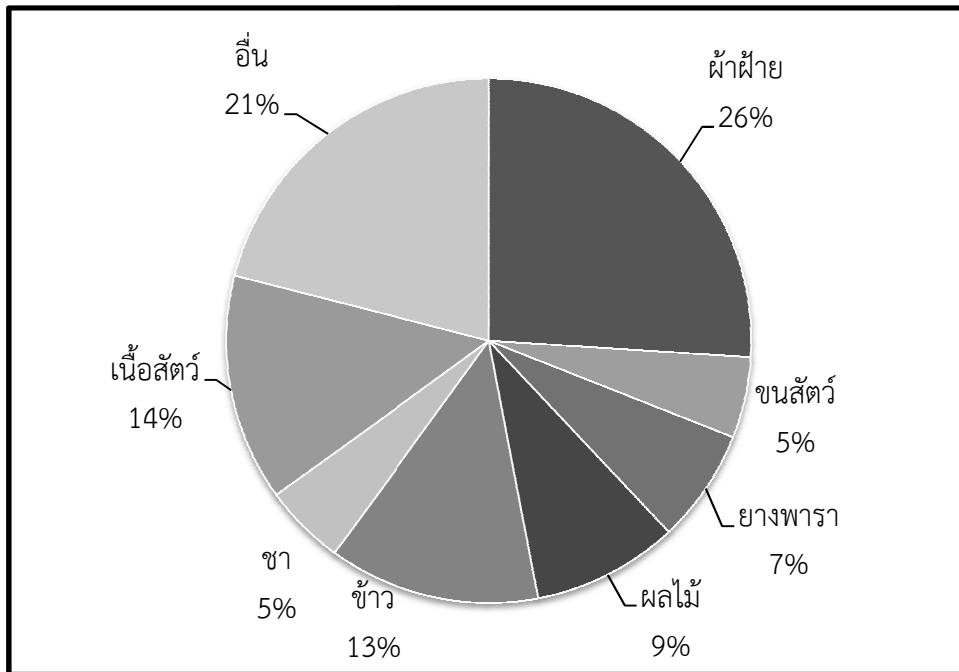
2) พื้นที่ผิวขนาด กว้าง 30 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร มีทั้งหมด 2 หน้า

จะได้พื้นที่ผิวเท่ากับ  $(25 \times 30 \times 4) + (30 \times 30 \times 2) = 4,800$  ตารางเซนติเมตร

17. แผนภูมิต่อไปนี้แสดงข้อมูลมูลค่ารวมการส่งออกรายปี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2553-2557 ( มีหน่วยเป็นล้านบาท)



แสดงการจำแนกชนิดของการส่งออก ในปี พ.ศ. 2557



จากแผนภูมิ ผลต่างของมูลค่ารวมของการส่งออกรายปีในปี พ.ศ. 2554 กับมูลค่ารวมของการส่งออกข้าวในปี พ.ศ. 2557 เป็นเท่าใด

ก. 19.862 ล้านบาท

ข. 20.473 ล้านบาท

ค. 21.877 ล้านบาท

ง. 22.748 ล้านบาท

ตอบ ก. 19.862 ล้านบาท

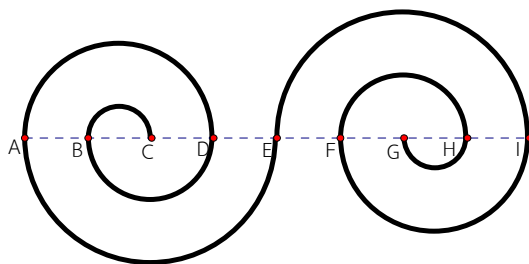
**แนวคิด**

มูลค่ารวมของการส่งออกรายปีในปี พ.ศ. 2554 เท่ากับ 25.4 ล้านบาท

มูลค่ารวมของการส่งออกข้าวในปี พ.ศ. 2557 เท่ากับ  $\frac{13}{100} \times 42.6 = 5.538$  ล้านบาท

ดังนั้น ผลต่างของมูลค่ารวมของการส่งออกรายปีในปี พ.ศ. 2554 กับมูลค่ารวมของการส่งออกข้าวในปี พ.ศ. 2557 คือ  $25.4 - 5.538 = 19.862$  ล้านบาท

18. กำหนดให้เชือกเส้นหนึ่งมีจุดปลายอยู่ที่จุด C และจุด G นำมาขด ดังรูป



โดยที่  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HI} = 4$  หน่วย จงหาว่า เชือกเส้นนี้มีความยาวเท่าใด

เมื่อกำหนดค่า  $\pi = \frac{22}{7}$

ก.  $125\frac{3}{7}$  หน่วย

ข.  $125\frac{5}{7}$  หน่วย

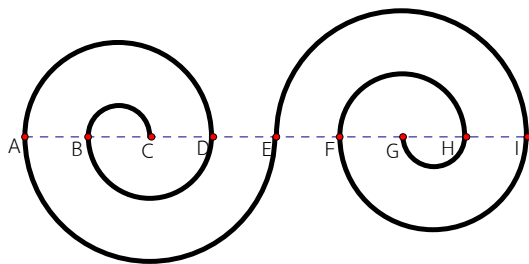
ค.  $251\frac{3}{7}$  หน่วย

ง.  $251\frac{5}{7}$  หน่วย

ตอบ ข.  $125\frac{5}{7}$  หน่วย

แนวคิด

จากโจทย์



1) ครึ่งวงกลม BC รวมกับครึ่งวงกลม GH เป็นวงกลมที่มีรัศมียาว 2 หน่วย

ดังนั้น เส้นรอบวงกลมมีค่าเท่ากับ  $2\pi(2) = 2 \times \frac{22}{7} \times 2 = \frac{88}{7}$  หน่วย

2) ครึ่งวงกลม BD รวมกับครึ่งวงกลม FH เป็นวงกลมที่มีรัศมียาว 4 หน่วย

ดังนั้น เส้นรอบวงกลมมีค่าเท่ากับ  $2\pi(4) = 2 \times \frac{22}{7} \times 4 = \frac{176}{7}$  หน่วย

3) ครึ่งวงกลม AD รวมกับครึ่งวงกลม FI เป็นวงกลมที่มีรัศมียาว 6 หน่วย

ดังนั้น เส้นรอบวงกลมมีค่าเท่ากับ  $2\pi(6) = 2 \times \frac{22}{7} \times 6 = \frac{264}{7}$  หน่วย

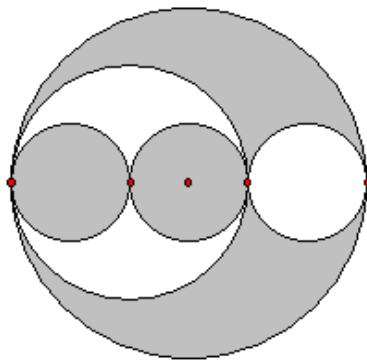
4) ครึ่งวงกลม AE รวมกับครึ่งวงกลม EI เป็นวงกลมที่มีรัศมียาว 8 หน่วย

ดังนั้น เส้นรอบวงกลมมีค่าเท่ากับ  $2\pi(8) = 2 \times \frac{22}{7} \times 8 = \frac{352}{7}$  หน่วย

นั่นคือ เชือกเส้นนี้มีความยาวเท่ากับ  $\frac{88}{7} + \frac{176}{7} + \frac{264}{7} + \frac{352}{7} = \frac{880}{7} = 125\frac{5}{7}$  หน่วย



19. กำหนดวงกลม ดังรูป



ถ้าพื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับ 120 ตารางนิ้ว แล้วพื้นที่ส่วนที่ไม่แรเงาของวงกลมรูปใหญ่เป็นเท่าใด

เมื่อกำหนดค่า  $\pi = \frac{22}{7}$

ก. 30 ตารางนิ้ว

ข. 45 ตารางนิ้ว

ค. 60 ตารางนิ้ว

ง. 75 ตารางนิ้ว

ตอบ ค. 60 ตารางนิ้ว

แนวคิด

จากรูป ให้วงกลมวงเล็กมีรัศมี  $r$  นิ้ว

ดังนั้น วงกลมวงกลางมีรัศมี  $2r$  นิ้ว

และ วงกลมวงใหญ่มีรัศมี  $3r$  นิ้ว

จากสูตร พื้นที่วงกลม คือ  $\pi r^2$

จะได้ พื้นที่วงกลมวงเล็กเท่ากับ  $\pi r^2$  ตารางนิ้ว

พื้นที่วงกลมวงกลางเท่ากับ  $4\pi r^2$  ตารางนิ้ว

พื้นที่วงกลมวงใหญ่เท่ากับ  $9\pi r^2$  ตารางนิ้ว

เนื่องจาก พื้นที่ส่วนที่แรเงาคือ พื้นที่วงกลมใหญ่ - พื้นที่วงกลมกลาง - พื้นที่วงกลมเล็ก + (2 × พื้นที่วงกลมเล็ก)

จะได้ พื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็น  $9\pi r^2 - 4\pi r^2 - \pi r^2 + 2\pi r^2 = 6\pi r^2$

จากโจทย์กำหนดให้พื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็น 120 ตารางนิ้ว

จะได้  $6\pi r^2 = 120$

$\pi r^2 = 20$

เนื่องจาก พื้นที่ส่วนที่ไม่แรเงาคือ พื้นที่วงกลมใหญ่ - พื้นที่ส่วนที่แรเงา

จะได้ พื้นที่ส่วนที่ไม่แรเงาเป็น  $9\pi r^2 - 6\pi r^2 = 3\pi r^2 = 3(20) = 60$

ดังนั้น พื้นที่ส่วนที่ไม่แรเงาเท่ากับ 60 ตารางนิ้ว

20. จำนวนเต็ม  $n$  ที่ทำให้  $\frac{n}{30-n}$  เป็นจำนวนเต็มบวก มีทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 7

ข. 8

ค. 15

ง. 16

ตอบ ก. 7

แนวคิด

พิจารณากรณีที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มลบ

จะได้  $30 - n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

ทำให้  $\frac{n}{30-n}$  เป็นจำนวนที่เป็นลบ ซึ่งขัดแย้งกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้  $\frac{n}{30-n}$  เป็นจำนวนเต็มบวก

พิจารณากรณีที่  $n = 0$

จะได้  $\frac{n}{30-n} = \frac{0}{30-0} = 0$  ซึ่งขัดแย้งกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้  $\frac{n}{30-n}$  เป็นจำนวนเต็มบวก

พิจารณากรณีที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

จะได้  $\frac{n}{30-n}$  เป็นจำนวนที่เป็นบวก เมื่อ  $30 - n$  เป็นจำนวนเต็มบวกด้วย ดังนั้น  $n$  มีค่าน้อยกว่า 30

พิจารณาจำนวนเต็มบวก  $n$  ตั้งแต่ 1 - 29 ดังตาราง

$n$	$30-n$	$\frac{n}{30-n}$	สอดคล้องกับเงื่อนไขผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก
1	29	$\frac{1}{29} = 0.03448$	✗
2	28	$\frac{2}{28} = 0.07143$	✗
3	27	$\frac{3}{27} = 0.11111$	✗
4	26	$\frac{4}{26} = 0.15385$	✗
5	25	$\frac{5}{25} = 0.2$	✗
6	24	$\frac{6}{24} = 0.25$	✗
7	23	$\frac{7}{23} = 0.30435$	✗
8	22	$\frac{8}{22} = 0.36364$	✗

n	30-n	$\frac{n}{30-n}$	สอดคล้องกับเงื่อนไขผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก
9	21	$\frac{9}{21} = 0.42857$	✗
10	20	$\frac{10}{20} = 0.5$	✗
11	19	$\frac{11}{19} = 0.57895$	✗
12	18	$\frac{12}{18} = 0.66667$	✗
13	17	$\frac{13}{17} = 0.76471$	✗
14	16	$\frac{14}{16} = 0.875$	✗
15	15	$\frac{15}{15} = 1$	✓
16	14	$\frac{16}{14} = 1.14286$	✗
17	13	$\frac{17}{13} = 1.30769$	✗
18	12	$\frac{18}{12} = 1.5$	✗
19	11	$\frac{19}{11} = 1.72727$	✗
20	10	$\frac{20}{10} = 2$	✓
21	9	$\frac{21}{9} = 2.33333$	✗
22	8	$\frac{22}{8} = 2.75$	✗
23	7	$\frac{23}{7} = 3.28571$	✗
24	6	$\frac{24}{6} = 4$	✓
25	5	$\frac{25}{5} = 5$	✓

n	30-n	$\frac{n}{30-n}$	สอดคล้องกับเงื่อนไขผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก
26	4	$\frac{26}{4} = 6.5$	✗
27	3	$\frac{27}{3} = 9$	✓
28	2	$\frac{28}{2} = 14$	✓
29	1	$\frac{29}{1} = 29$	✓

นั่นคือ จำนวนเต็ม n ที่ทำให้  $\frac{n}{30-n}$  เป็นจำนวนเต็มบวกมีทั้งหมด 7 จำนวน คือ 15 , 20 , 24 , 25 , 27 ,

28 และ 29

21. จงหาหลักหน่วยของผลลัพธ์  $2^{2,014} + 3^{2,014} + 4^{2,014}$

ก. 3

ข. 4

ค. 6

ง. 9

ตอบ ง. 9

แนวคิด

พิจารณา	$2^1 = 2$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 2	⋮	$2^5 = 32$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 2
	$2^2 = 4$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 4	⋮	$2^6 = 64$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 4
	$2^3 = 8$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 8	⋮	$2^7 = 128$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 8
	$2^4 = 16$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 6	⋮	$2^8 = 256$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 6

จะเห็นว่าหลักหน่วยของผลลัพธ์จะซ้ำเหมือนเดิมคือ 2, 4, 8, 6 ซึ่งจะเกิดการซ้ำทุกๆ 4 จำนวน

ดังนั้น การพิจารณาหาหลักหน่วยของผลลัพธ์จากการยกกำลังกระทำได้โดยนำเลขชี้กำลังหารด้วย 4

ถ้าหารแล้ว เหลือเศษ 1 หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 2

เหลือเศษ 2 หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 4

เหลือเศษ 3 หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 8

เหลือเศษ 0 หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 6

เนื่องจาก 2,014 หารด้วย 4 จะเหลือเศษ 2

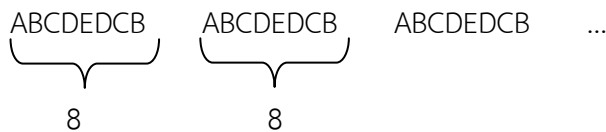
ดังนั้น  $2^{2,014}$  มีหลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 4

พิจารณา	$3^1 = 3$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 3	⋮	$3^5 = 243$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 3
	$3^2 = 9$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 9	⋮	$3^6 = 729$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 9
	$3^3 = 27$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 7	⋮	$3^7 = 2,187$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 7
	$3^4 = 81$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 1	⋮	$3^8 = 6,561$	หลักหน่วยของผลลัพธ์คือ 1



**แนวคิด**

เนื่องจากการนับหมายเลข จะเกิดลำดับตัวอักษรดังนี้



พบว่า จะเกิดการซ้ำทุกๆ 8 จำนวน

ดังนั้น การพิจารณาหาตัวอักษรที่ตรงกับหมายเลขที่นับกระทำได้โดยนำหมายเลขที่นับหารด้วย 8

- ถ้าหารแล้ว เหลือเศษ 1 จะตรงกับตัวอักษร A  
 เหลือเศษ 2 จะตรงกับตัวอักษร B  
 เหลือเศษ 3 จะตรงกับตัวอักษร C  
 เหลือเศษ 4 จะตรงกับตัวอักษร D  
 เหลือเศษ 5 จะตรงกับตัวอักษร E  
 เหลือเศษ 6 จะตรงกับตัวอักษร D  
 เหลือเศษ 7 จะตรงกับตัวอักษร C  
 เหลือเศษ 0 จะตรงกับตัวอักษร B

เนื่องจาก 2,014 หารด้วย 8 จะเหลือเศษ 6

ดังนั้น เมื่อนักเรียนนับถึงหมายเลข 2,014 จึงตรงกับตัวอักษร D

23. ถ้า ค.ร.น. ของ 126, 180 และ a เท่ากับ 1,260 เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุด โดยที่ 3 ไม่เป็นตัวประกอบของ a แล้ว ห.ร.ม. ของ a กับ 1,015 เป็นเท่าใด

- |        |          |
|--------|----------|
| ก. 5   | ข. 35    |
| ค. 203 | ง. 1,015 |

ตอบ ข. 35

**แนวคิด**

เนื่องจาก  $126 = 2 \times 3^2 \times 7$

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

และ  $1,260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

ซึ่ง ค.ร.น. ของ 126 กับ 180 เท่ากับ  $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1,260$

และจากโจทย์กำหนดให้ ค.ร.น. ของ 126, 180 และ a เท่ากับ 1,260

ดังนั้น ค่า a ที่มากที่สุด โดยที่ 3 ไม่เป็นตัวประกอบของ a คือ  $2^2 \times 5 \times 7 = 140$

จะได้ ห.ร.ม. ของ a กับ 1,015 คือ ห.ร.ม. ของ 140 กับ 1,015 เท่ากับ 35

24. จงหาค่าของ  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2,556^2}\right)\left(1 - \frac{1}{2,557^2}\right)$

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| ก. $\frac{1}{2}$         | ข. $\frac{1,278}{2,557}$ |
| ค. $\frac{1,279}{2,557}$ | ง. $\frac{2,556}{2,557}$ |

ตอบ ค.  $\frac{1279}{2557}$

แนวคิด

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2,556^2}\right)\left(1 - \frac{1}{2,557^2}\right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{6,533,136}\right)\left(1 - \frac{1}{6,538,249}\right) \\ &= \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{15}{16}\right) \dots \left(\frac{6,533,135}{6,533,136}\right)\left(\frac{6,538,248}{6,538,249}\right) \\ &= \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 2}\right)\left(\frac{2 \times 4}{3 \times 3}\right)\left(\frac{3 \times 5}{4 \times 4}\right) \dots \left(\frac{2,555 \times 2,557}{2,556 \times 2,556}\right)\left(\frac{2,556 \times 2,558}{2,557 \times 2,557}\right) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2,558}{2,557}\right) \\ &= \left(\frac{1,279}{2,557}\right) \end{aligned}$$

25. ค่าของ  $(1,234,567 + 2,345,671 + 3,456,712 + 4,567,123 + 5,671,234 + 6,712,345 + 7,123,456)$

หารด้วย  $(1,111,111 + 2,222,222 + 3,333,333 + 4,444,444)$  เป็นเท่าใด

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| ก. $\frac{11}{3}$ | ข. $\frac{14}{5}$ |
| ค. $\frac{17}{7}$ | ง. $\frac{20}{9}$ |

ตอบ ข.  $\frac{14}{5}$

**แนวคิด**

เนื่องจาก  $1,111,111 + 2,222,222 + 3,333,333 + 4,444,444 = 1,111,111(1 + 2 + 3 + 4)$

พิจารณา  $1,234,567 + 2,345,671 + 3,456,712 + 4,567,123 + 5,671,234 + 6,712,345 + 7,123,456$

$$\begin{aligned}
 &= (1,000,000 + 200,000 + 30,000 + 4,000 + 500 + 60 + 7) \\
 &\quad + (2,000,000 + 300,000 + 40,000 + 5,000 + 600 + 70 + 1) \\
 &\quad + (3,000,000 + 400,000 + 50,000 + 6,000 + 700 + 10 + 2) \\
 &\quad + (4,000,000 + 500,000 + 60,000 + 7,000 + 100 + 20 + 3) \\
 &\quad + (5,000,000 + 600,000 + 70,000 + 1,000 + 200 + 30 + 4) \\
 &\quad + (6,000,000 + 700,000 + 10,000 + 2,000 + 300 + 40 + 5) \\
 &\quad + (7,000,000 + 100,000 + 20,000 + 3,000 + 400 + 50 + 6) \\
 &= (1,000,000 + 100,000 + 10,000 + 1,000 + 100 + 10 + 1) \\
 &\quad + (2,000,000 + 200,000 + 20,000 + 2,000 + 200 + 20 + 2) \\
 &\quad + (3,000,000 + 300,000 + 30,000 + 3,000 + 300 + 30 + 3) \\
 &\quad + (4,000,000 + 400,000 + 40,000 + 4,000 + 400 + 40 + 4) \\
 &\quad + (5,000,000 + 500,000 + 50,000 + 5,000 + 500 + 50 + 5) \\
 &\quad + (6,000,000 + 600,000 + 60,000 + 6,000 + 600 + 60 + 6) \\
 &\quad + (7,000,000 + 700,000 + 70,000 + 7,000 + 700 + 70 + 7) \\
 &= 1,111,111 + 2,222,222 + 3,333,333 + 4,444,444 + 5,555,555 + 6,666,666 + 7,777,777 \\
 &= 1,111,111(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7)
 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $(1,234,567 + 2,345,671 + 3,456,712 + 4,567,123 + 5,671,234 + 6,712,345 + 7,123,456)$

หารด้วย  $(1,111,111 + 2,222,222 + 3,333,333 + 4,444,444)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1,111,111(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7)}{1,111,111(1 + 2 + 3 + 4)} \\
 &= \frac{28}{10} \\
 &= \frac{14}{5}
 \end{aligned}$$

26. เศษส่วน  $\frac{225}{157}$  สามารถเขียนได้ในรูป  $1 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}}$

โดยที่  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนเต็มที่แตกต่างกัน จงหาค่าของ  $\left(\frac{c+d}{b}\right)^a$

ก. 1

ข. 3

ค. 9

ง. 18



ตอบ ค. 9

แนวคิด

$$\begin{aligned} \frac{225}{157} &= 1 + \frac{68}{157} \\ &= 1 + \frac{1}{\frac{157}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{21}{68}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{68}{21}}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{5}{21}}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{21}{5}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}} \end{aligned}$$

ดังนั้น  $a = 2, b = 3, c = 4, d = 5$

นั่นคือ  $\left(\frac{c+d}{b}\right)^a = \left(\frac{4+5}{3}\right)^2 = 3^2 = 9$

27. ให้  $N$  เป็นจำนวนนับที่มีสองหลัก โดยที่  $N = ab$  เมื่อ  $a$  เป็นเลขโดดในหลักสิบ และ  $b$  เป็นเลขโดดในหลักหน่วย

กำหนดให้  $P(N) = P(ab) = a \times b$

$$S(N) = S(ab) = (2 \times a) + b$$

เช่น  $P(34) = 3 \times 4$

$$S(34) = (2 \times 3) + 4$$

จงหาจำนวนนับ  $N$  ทั้งหมดที่ทำให้  $N = P(N) + S(N)$  มีทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 6

ข. 9

ค. 18

ง. 32

ตอบ ข. 9

แนวคิด

เนื่องจาก  $N = ab = (10 \times a) + b$

และ  $P(N) = P(ab) = a \times b$

และ  $S(N) = S(ab) = (2 \times a) + b$

แทนใน  $N = P(N) + S(N)$

จะได้  $(10 \times a) + b = (a \times b) + [(2 \times a) + b]$

$$10 \times a = (a \times b) + (2 \times a)$$

$$8 \times a = a \times b$$

$$a \times 8 = a \times b$$

ดังนั้น

$$b = 8$$

จะได้  $N = 18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 88, 98$  ซึ่งมีทั้งหมด 9 จำนวน

28. จงหาค่าของ  $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(2 - \frac{2}{3}\right)\left(3 - \frac{3}{4}\right)\left(4 - \frac{4}{5}\right)\left(5 - \frac{5}{6}\right)\left(6 - \frac{6}{7}\right)\left(7 - \frac{7}{8}\right)\left(8 - \frac{8}{9}\right)\left(9 - \frac{9}{10}\right)$

ก. 18,144

ข. 36,288

ค. 40,320

ง. 72,576

ตอบ ข. 36,288

แนวคิด

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(2 - \frac{2}{3}\right)\left(3 - \frac{3}{4}\right)\left(4 - \frac{4}{5}\right)\left(5 - \frac{5}{6}\right)\left(6 - \frac{6}{7}\right)\left(7 - \frac{7}{8}\right)\left(8 - \frac{8}{9}\right)\left(9 - \frac{9}{10}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{9}{4}\right)\left(\frac{16}{5}\right)\left(\frac{25}{6}\right)\left(\frac{36}{7}\right)\left(\frac{49}{8}\right)\left(\frac{64}{9}\right)\left(\frac{81}{10}\right)$$

$$= \frac{1 \times 2^2 \times 3^2 \times 4^2 \times 5^2 \times 6^2 \times 7^2 \times 8^2 \times 9^2}{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}$$

$$= \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}{10}$$

$$= \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}{10}$$

$$= 36,288$$

29. จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 2,014 มีเลข 9 ทั้งหมดกี่ตัว

ก. 462

ข. 564

ค. 598

ง. 601

ตอบ ง. 601

แนวคิด

พิจารณา จำนวน 1 – 9 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

จำนวน 10 – 19 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

จำนวน 20 – 29 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

จำนวน 30 – 39 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

จำนวน 40 – 49 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

จำนวน 50 – 59 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

จำนวน 60 – 69 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

จำนวน 70 – 79 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

จำนวน 80 – 89 มีเลข 9 ทั้งหมด 1 ตัว

แต่ จำนวน 90 – 99 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

ดังนั้น จำนวน 1 – 99 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

ในทำนองเดียวกัน

จำนวน 100 – 199 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

จำนวน 200 – 299 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

จำนวน 300 – 399 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

จำนวน 400 – 499 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

จำนวน 500 – 599 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

จำนวน 600 – 699 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

จำนวน 700 – 799 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

จำนวน 800 – 899 มีเลข 9 ทั้งหมด 20 ตัว

ดังนั้น จำนวน 1 – 899 มีเลข 9 ทั้งหมด 180 ตัว .....(1)

พิจารณา จำนวน 900 – 909 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

จำนวน 910 – 919 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

จำนวน 920 – 929 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

จำนวน 930 – 939 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

จำนวน 940 – 949 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

จำนวน 950 – 959 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

จำนวน 960 – 969 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

จำนวน 970 – 979 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

จำนวน 980 – 989 มีเลข 9 ทั้งหมด 11 ตัว

แต่ จำนวน 990 – 999 มีเลข 9 ทั้งหมด 21 ตัว

ดังนั้น จำนวน 900 – 999 มีเลข 9 ทั้งหมด 120 ตัว .....(2)



จำนวน 800 – 899 มีจำนวน “KORAT” คือ 802, 811 และ 820

มีทั้งหมด 3 จำนวน

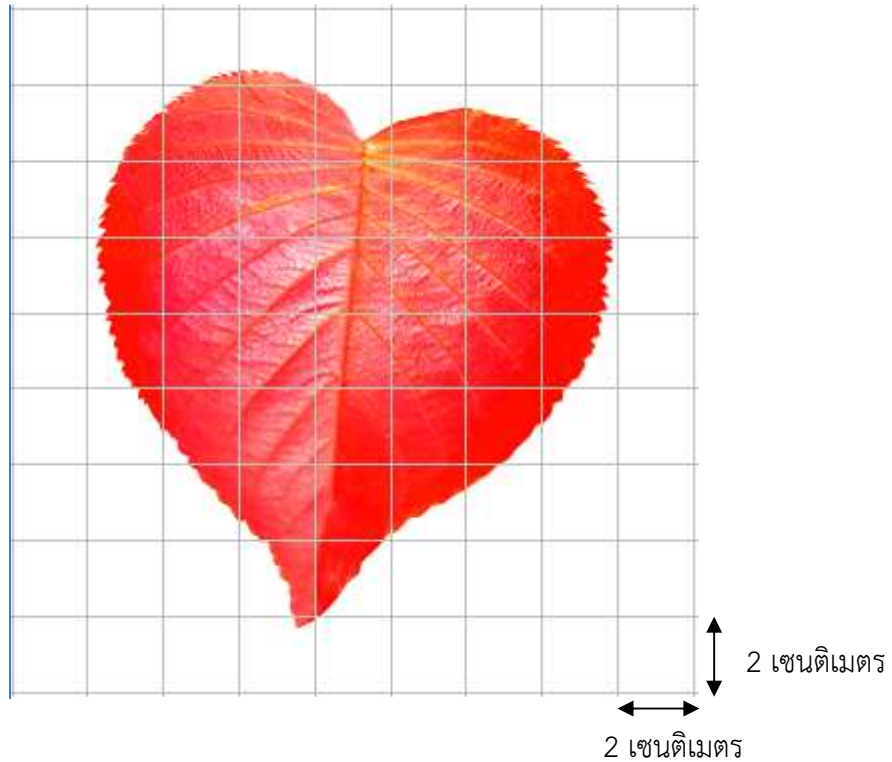
จำนวน 900 – 999 มีจำนวน “KORAT” คือ 901 และ 910

มีทั้งหมด 2 จำนวน

ดังนั้น มีจำนวน “KORAT” ทั้งหมด คือ  $10+9+8+7+6+5+4+3+2 = 54$  จำนวน

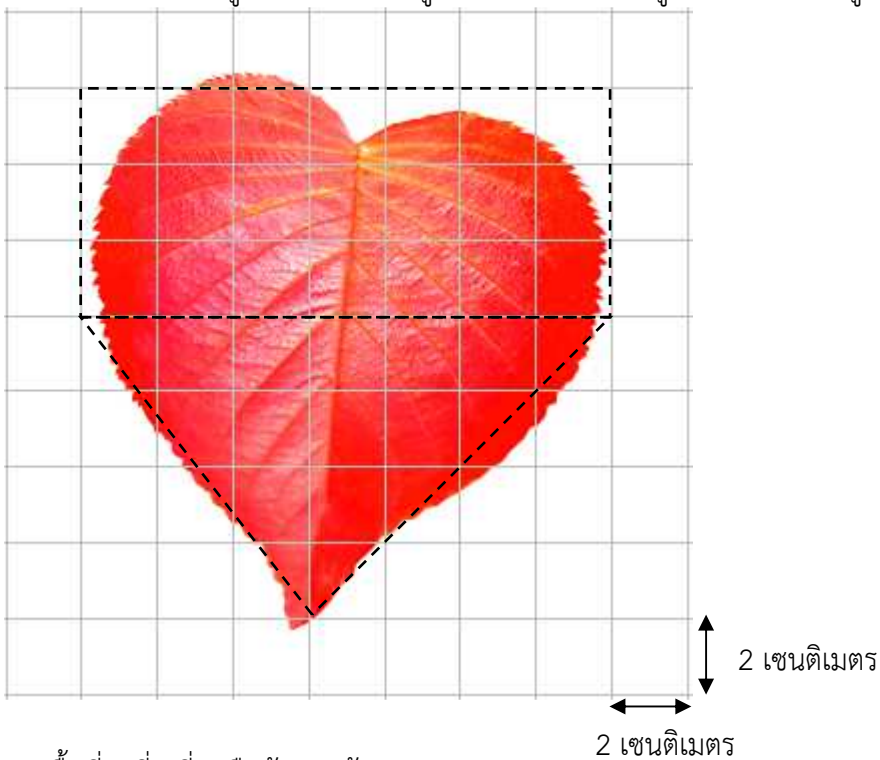
ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบเติมคำ มี 10 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. จากภาพ ใบไม้ใบนี้มีพื้นที่ประมาณกี่ตารางเซนติเมตร จงอธิบายวิธีการหาพื้นที่



ตัวอย่างการประมาณพื้นที่

- โดยการแบ่งรูปใบไม้ออกเป็น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและรูปสามเหลี่ยม ดังรูป

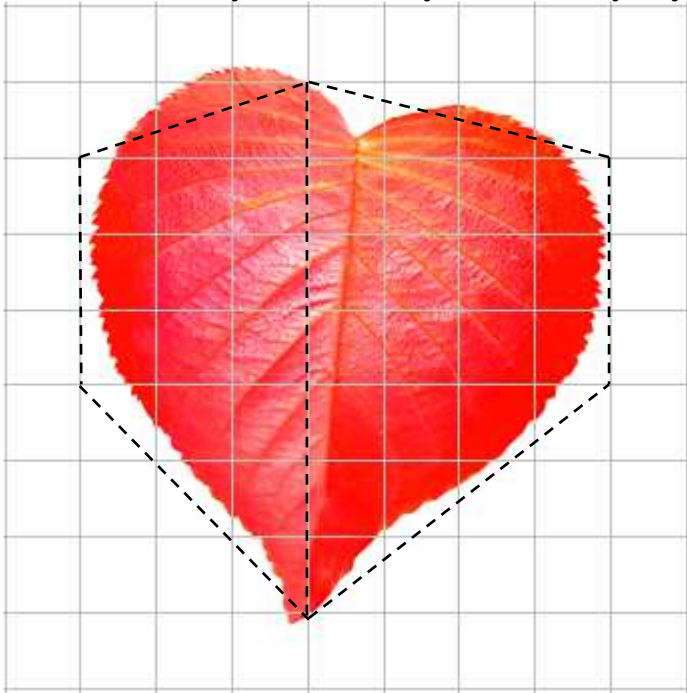


พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง × ยาว

พื้นที่รูปสามเหลี่ยม =  $\frac{1}{2} \times$  ฐาน  $\times$  สูง

จะได้พื้นที่โดยประมาณคือ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า + พื้นที่รูปสามเหลี่ยม =  $(6 \times 14) + \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 8\right)$   
 = 140 ตารางเซนติเมตร

- โดยการแบ่งรูปใบไม้ออกเป็น รูปสี่เหลี่ยมคางหมูสองรูป ดังรูป



พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู =  $\frac{1}{2} \times$  ผลบวกด้านคู่ขนาน  $\times$  สูง

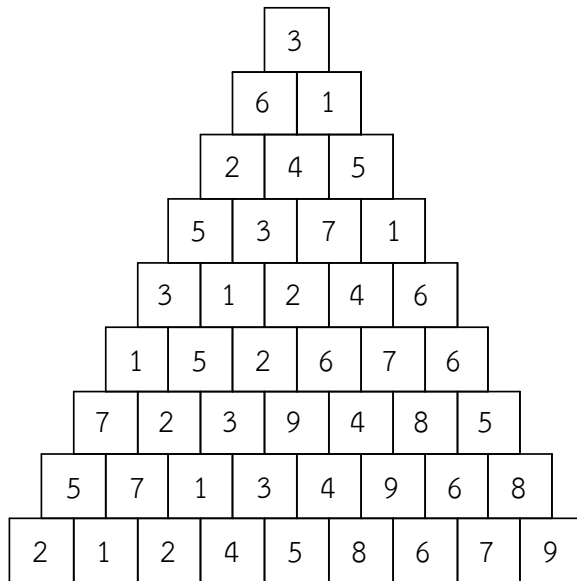
จะได้พื้นที่โดยประมาณคือ ผลรวมของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมูสองรูป =  $\left(\frac{1}{2} \times (6+14) \times 6\right) + \left(\frac{1}{2} \times (6+14) \times 8\right)$   
 = 140 ตารางเซนติเมตร

เกณฑ์การให้คะแนน คำตอบอยู่ในช่วง 120 – 140 ตารางเซนติเมตร ได้ 1.5 คะแนน

คำตอบอยู่ในช่วง 141 – 154 ตารางเซนติเมตร ได้ 1 คะแนน

และใช้วิธีการประมาณที่สมเหตุสมผล ได้ 1.5 คะแนน เช่น นับพื้นที่ส่วนที่เต็มตาราง แล้วนำไปรวมกับพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่ไม่เต็มตาราง, แบ่งรูปใบไม้ออกเป็นรูปเรขาคณิตหลาย ๆ รูปเข้าด้วยกันแล้วหาพื้นที่ เป็นต้น

2. จากแผนผังพีระมิดดังรูป ให้ลากเส้นต่อโดยเริ่มต้นจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนสุดที่มีเลข 3 ภายใน ต่อลงมายังรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใดรูปหนึ่งจากสองรูปที่อยู่ติดกันลงมาเรื่อย ๆ โดยมีเงื่อนไขว่า จำนวนที่อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ลากเส้นผ่านจะต้องไม่ซ้ำกันเลย จงหาจำนวนในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสุดท้ายของเส้นที่อยู่ชั้นล่างสุด

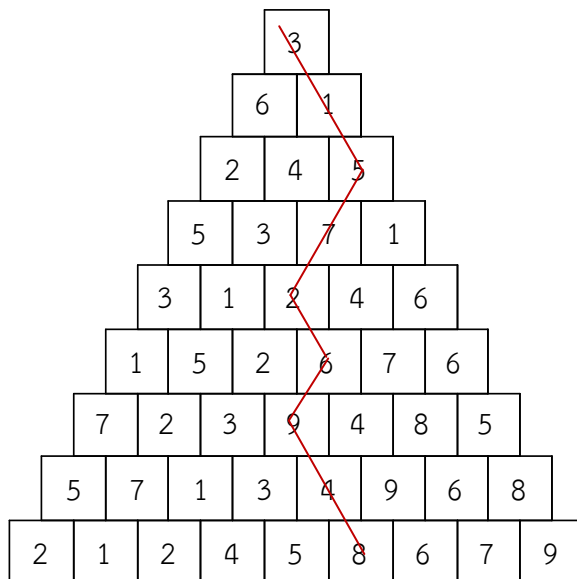


ตอบ 8

แนวคิด

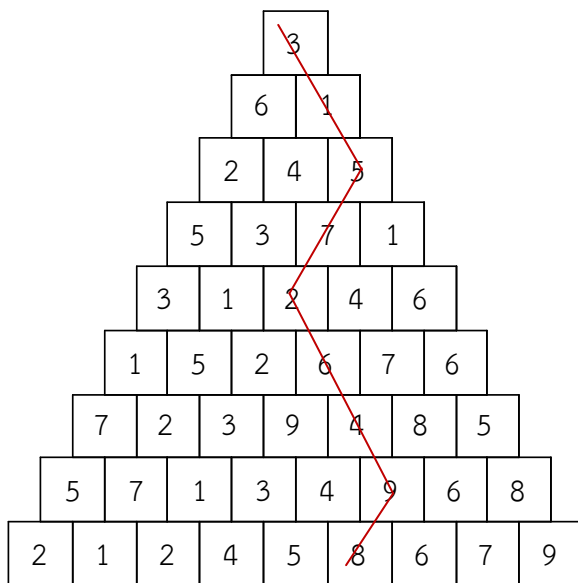
สามารถลากเส้นตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดได้ 2 รูปแบบ คือ

แบบที่ 1





แบบที่ 2



จากรูปแบบที่ 1 และ 2 จะได้ว่า จำนวนในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสุดท้ายของเส้นที่อยู่ชั้นล่างสุด คือ 8

3. จงหาค่าของ  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{8} \times \dots \times \frac{1}{2,554} \times \frac{1}{2,555} \times \frac{1}{2,556} \times \frac{1}{2,557} \times \frac{1}{2,558}$

ตอบ 1,279

แนวคิด

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{8} \times \dots \times \frac{1}{2,554} \times \frac{1}{2,555} \times \frac{1}{2,556} \times \frac{1}{2,557} \times \frac{1}{2,558} \\ &= \frac{3-2}{3 \times 4} \times \frac{5-4}{4 \times 5} \times \frac{7-6}{6 \times 7} \times \dots \times \frac{2,555-2,554}{2,555 \times 2,556} \times \frac{2,557-2,556}{2,557 \times 2,558} \\ &= \frac{2 \times 3}{3 \times 4} \times \frac{4 \times 5}{4 \times 5} \times \frac{6 \times 7}{6 \times 7} \times \dots \times \frac{2,554 \times 2,555}{2,554 \times 2,555} \times \frac{2,556 \times 2,557}{2,556 \times 2,557} \\ &= \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \dots \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \\ &= \frac{3 \times 4}{2 \times 3} \times \frac{5 \times 6}{4 \times 5} \times \frac{7 \times 8}{6 \times 7} \times \dots \times \frac{2,555 \times 2,556}{2,554 \times 2,555} \times \frac{2,557 \times 2,558}{2,556 \times 2,557} \\ &= \frac{2,558}{2} \\ &= 1,279 \end{aligned}$$

4. กำหนดให้  $m$  เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุด ที่ทำให้ 23หาร  $2,014 + m$  ลงตัว จงหาทศนิยมตำแหน่งที่  $m$  ของ  $\frac{1}{14}$

ตอบ 4

แนวคิด

จาก  $2014 \div 23$  มีเศษเท่ากับ 13

ดังนั้นจำนวนที่นำมาบวกที่น้อยที่สุดคือ  $23 - 13 = 10$

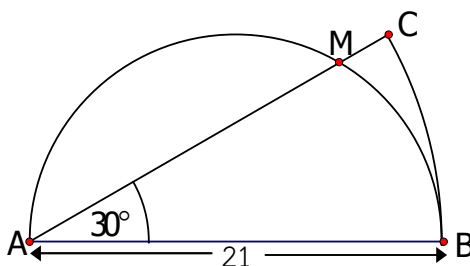
นั่นคือ  $m = 10$

และจาก  $\frac{1}{14} = 0.0714285714285\dots = 0.0\dot{7}1428\dot{5}$

ดังนั้น ทศนิยมตำแหน่งที่ 10 ของ  $\frac{1}{14}$  คือ 4

5. จากรูป กำหนดให้ส่วนของเส้นตรง AB ยาว 21 เซนติเมตร ส่วนโค้ง BC เป็นส่วนโค้งบนวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง A รัศมี AB และส่วนโค้ง BM เป็นส่วนโค้งบนวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง AB ลากส่วนของเส้นตรง AC ทำมุม 30 องศา กับส่วนของเส้นตรง AB โดย AC ตัดส่วนโค้ง AB ที่จุด M จงหาผลรวมของความยาวส่วนโค้ง AM และ CB เมื่อ

กำหนดค่า  $\pi = \frac{22}{7}$



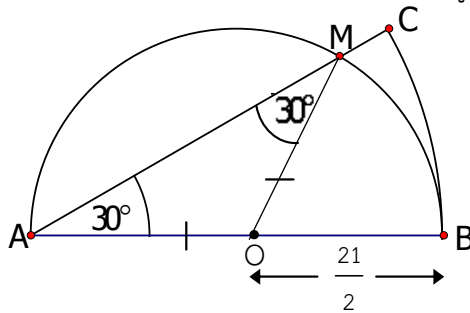
ตอบ 33 เซนติเมตร

แนวคิด

ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับด้วยมุม A =  $\frac{\text{ขนาดของมุม A}}{360^\circ} \times 2\pi r$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ความยาวของส่วนโค้ง CB} &= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \\ &= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \\ &= 11 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

สร้างจุด O เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง AB ลาก OM ดังรูป



เนื่องจากส่วนของเส้นตรง OA และ OM เป็นรัศมีของวงกลม ทำให้  $\overline{OA} = \overline{OM}$  แสดงว่าสามเหลี่ยม AOM เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ทำให้มุม OAM เท่ากับมุม AMO กาง  $30^\circ$  และมุม MOA กาง  $120^\circ$  (เนื่องจากมุมรูปสามเหลี่ยมกางรวมกัน  $180^\circ$ ) และมุม BOM กาง  $60^\circ$  (เนื่องจากมุมตรงกาง  $180^\circ$ )

$$\begin{aligned} \text{ความยาวของส่วนโค้ง AM} &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \\ &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \\ &= 22 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลรวมของความยาวส่วนโค้ง AM และ CB คือ  $11 + 22 = 33$  เซนติเมตร

6. กำหนดให้  $A = 1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times 9,999$   
 $B =$  ผลคูณของจำนวนเต็มบวกทั้งหมดตั้งแต่ 1 ถึง 10,000  
 $C = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 5,000$

จงหาค่าของ  $\frac{B}{AC}$

ตอบ  $2^{5,000}$

แนวคิด

$$\begin{aligned} \frac{B}{AC} &= \frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10,000}{(1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 9,999) \times (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 5,000)} \\ &= \frac{(1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 9,999) \times (2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 10,000)}{(1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 9,999) \times (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 5,000)} \\ &= \frac{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 10,000}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 5,000} \\ &= \frac{(2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times \dots \times (2 \times 5,000)}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 5,000} \\ &= \frac{\overbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}^{5,000 \text{ พจน์}} (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 5,000)}{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 5,000} \\ &= 2^{5,000} \end{aligned}$$

7. กุ๊บกิ๊บมีขนมอยู่จำนวนหนึ่ง ถ้าเลือกแจกขนมให้เด็กกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเท่านั้น โดยมีเงื่อนไขว่า  
 ถ้าแจกขนมทั้งหมดที่มีให้เด็กกลุ่มที่หนึ่ง เด็กจะได้ขนมคนละ 3 ห่อ และเหลือขนม 1 ห่อ  
 ถ้าแจกขนมทั้งหมดที่มีให้เด็กกลุ่มที่สอง เด็กจะได้ขนมคนละ 4 ห่อ และเหลือขนม 3 ห่อ  
 ถ้าแจกขนมทั้งหมดที่มีให้เด็กกลุ่มที่สาม เด็กจะได้ขนมคนละ 5 ห่อ และเหลือขนม 4 ห่อ  
 อยากทราบว่ากุ๊บกิ๊บมีขนมอย่างน้อยที่สุดกี่ห่อ

ตอบ 19 ห่อ

แนวคิด

สร้างตารางเพื่อพิจารณาเงื่อนไขที่สอดคล้อง ดังนี้

ขนม (ห่อ)	แบ่งให้กลุ่มที่ 1 คนละ 3 ห่อ		แบ่งให้กลุ่มที่ 2 คนละ 4 ห่อ		แบ่งให้กลุ่มที่ 3 คนละ 5 ห่อ		สอดคล้องกับเงื่อนไข ที่โจทย์กำหนด
	แบ่งได้ (คน)	เหลือขนม	แบ่งได้ (คน)	เหลือขนม	แบ่งได้ (คน)	เหลือขนม	
1	0	1	0	1	0	1	✗
2	0	2	0	2	0	2	✗
3	1	0	0	3	0	3	✗
4	1	1	1	0	0	4	✗
5	1	2	1	1	1	0	✗
6	2	0	1	2	1	1	✗
7	2	1	1	3	1	2	✗
8	2	2	2	0	1	3	✗
9	3	0	2	1	1	4	✗
10	3	1	2	2	2	0	✗
11	3	2	2	3	2	1	✗
12	4	0	3	0	2	2	✗
13	4	1	3	1	2	3	✗
14	4	2	3	2	2	4	✗
15	5	0	3	3	3	0	✗
16	5	1	4	0	3	1	✗
17	5	2	4	1	3	2	✗
18	6	0	4	2	3	3	✗
19*	6	1	4	3	3	4	✓

นั่นคือ กุ๊บกิ๊บมีขนมอย่างน้อยที่สุด 19 ห่อ

8. มีลูกอมอยู่ 99 เม็ด ต้องการแบ่งให้เด็กกลุ่มหนึ่ง โดยมีเงื่อนไขว่าเด็กทุกคนต้องได้รับลูกอม และได้รับจำนวนที่ไม่เท่ากัน จะมีเด็กจำนวนมากที่สุดกี่คนที่ได้รับลูกอมตามเงื่อนไขนี้

ตอบ 13 คน

แนวคิด

แบ่งลูกอมออกเป็น

คนที่ 1	ได้	1	เม็ด
คนที่ 2	ได้	2	เม็ด
คนที่ 3	ได้	3	เม็ด
		⋮	
คนที่ 13	ได้	13	เม็ด

ดังนั้น จำนวนลูกอมที่ถูกแบ่งให้เด็ก 13 คน คือ  $1 + 2 + 3 + \dots + 12 + 13 = 91$  เม็ด

ลูกอมจะเหลือ 8 เม็ด ถ้าแบ่งให้อีกคนจำนวนลูกอมที่เด็กได้รับจะซ้ำกัน ดังนั้นจึงนำมาเพิ่มให้กับเด็กคนใดคนหนึ่งใน 13 คน ได้ดังนี้

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 21 = 99$$

หรือ  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 13 + 20 = 99$  เป็นต้น

ดังนั้น จะมีเด็กจำนวนมากที่สุด 13 คน ที่ได้รับลูกอมตามเงื่อนไขนี้

9. รหัสลับมีรูปแบบเป็น ABC-DEF-GHIJ โดยแต่ละตัวอักษรแทนด้วยเลขโดดที่ไม่ซ้ำกัน โดยที่  $A > B > C$  ,  $D > E > F$  และ  $G > H > I > J$

นอกจากนี้ D, E, F เป็นเลขคู่ที่เรียงติดกันตามลำดับจากมากไปหาน้อย

G, H, I, J เป็นเลขคี่ที่เรียงติดกันตามลำดับจากมากไปหาน้อย

และ  $A + B + C = 9$

รหัสลับดังกล่าวคือหมายเลขใด

ตอบ 

8	1	0	-	6	4	2	-	9	7	5	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

แนวคิด

เนื่องจาก G, H, I, J เป็นเลขคี่ที่เรียงติดกันตามลำดับจากมากไปหาน้อย

จะได้ GHIJ ที่เป็นไปได้คือ 9753 หรือ 7531

จะเหลือเลขคี่คือ 1 หรือ 9 แต่เนื่องจาก  $A + B + C = 9$

ดังนั้น GHIJ คือ 9753

เนื่องจาก D, E, F เป็นเลขคู่ที่เรียงติดกันตามลำดับจากมากไปหาน้อย

จะได้ DEF ที่เป็นไปได้คือ 864 หรือ 642 หรือ 420

จะเหลือเลขคู่คือ 2, 0 หรือ 8, 0 หรือ 8, 6

แต่เนื่องจาก  $A + B + C = 9$

ดังนั้น DEF คือ 642 และ ABC คือ 810

จะได้ว่า รหัสลับดังกล่าวคือ 810-642-9753

10. กำหนดให้จำนวน “MATH” คือจำนวนที่มีสมบัติต่อไปนี้

- (1) เป็นจำนวนสี่หลัก
- (2) เลขโดดทุกตัวที่ใช้ในการเขียนตัวเลขสามารถนำไปหาร 48 ได้ลงตัว
- (3) เลขโดดที่ใช้อาจปรากฏมากกว่าหนึ่งครั้งก็ได้
- (4) ผลรวมของเลขโดดที่ใช้ทั้งหมดคือ 20
- (5) เป็นจำนวนที่เป็นพหุคูณของ 4

จงหาจำนวน “MATH” ที่มีค่าน้อยที่สุด

ตอบ 1,388

แนวคิด

เนื่องจากเลขโดดที่หาร 48 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 8

พิจารณา จำนวน “MATH” ที่เป็นไปได้

1,1\_\_ เป็นไปไม่ได้ เนื่องจากเลขโดดที่จะใส่ในหลักสิบและหลักหน่วยที่มีค่าสูงสุด คือ 8 และ 8 ซึ่งทำให้ผลรวมของเลขโดดที่ใช้น้อยกว่า 20 จึงไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้อ (4)

1,2\_\_ เป็นไปไม่ได้ เนื่องจากเลขโดดที่จะใส่ในหลักสิบและหลักหน่วยที่มีค่าสูงสุด คือ 8 และ 8 ซึ่งทำให้ผลรวมของเลขโดดที่ใช้น้อยกว่า 20 จึงไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้อ (4)

1,388 เป็นจำนวนที่น้อยที่สุดที่สอดคล้องสมบัติทุกข้อของจำนวน “MATH”

ดังนั้น จำนวน “MATH” ที่มีค่าน้อยที่สุด คือ 1,388

ตอนที่ 3 เป็นข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ มี 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

1. ข้อมูลชุดหนึ่งมี N จำนวน หาค่าเฉลี่ยได้เป็น 15 ภายหลังพบว่าอ่านข้อมูลผิด คือจาก 21 อ่านผิดเป็น 12 จึงทำการหาค่าเฉลี่ยใหม่ได้เป็น 16 จงหาจำนวนของข้อมูลชุดนี้

ตอบ 9 จำนวน

แนวคิด

จากโจทย์กำหนด : ข้อมูลชุดหนึ่งมี N จำนวน หาค่าเฉลี่ยได้เป็น 15 นั่นคือ

$$\frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{N} = 15$$

จะได้ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด = 15N .....(\*)

ภายหลังพบว่าอ่านข้อมูลผิด คือจาก 21 อ่านผิดเป็น 12 จึงทำการหาค่าเฉลี่ยใหม่ได้เป็น 16 นั่นคือ

$$\frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด} - 12 + 21}{N} = 16$$

จะได้ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด + 9 = 16N

$$\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด} = 16N - 9$$

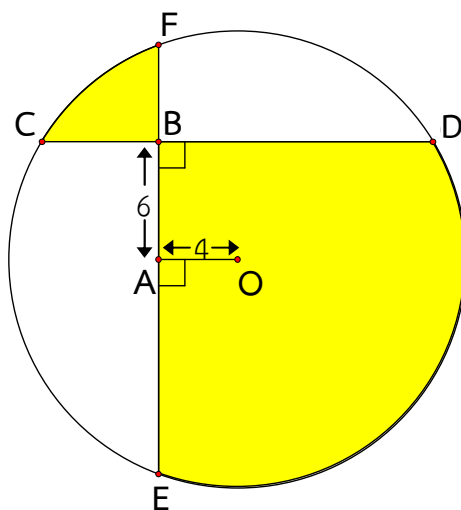
จาก (\*) จะได้

$$15N = 16N - 9$$

$$N = 9$$

ดังนั้น ข้อมูลชุดนี้มีทั้งหมด 9 จำนวน

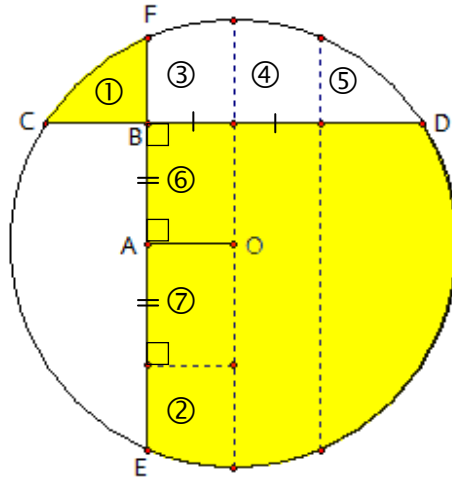
2. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ส่วนของเส้นตรง OA ตั้งฉากกับคอร์ด FE โดยที่ OA ยาว 4 เซนติเมตร ส่วนของเส้นตรง AB ตั้งฉากกับคอร์ด CD โดยที่ AB ยาว 6 เซนติเมตร จงหาผลต่างระหว่างพื้นที่ส่วนที่แรเงากับพื้นที่ส่วนที่ไม่แรเงาในวงกลม



ตอบ 96 ตารางเซนติเมตร

แนวคิด

สร้างรูปเพื่อประกอบการหาพื้นที่ ดังนี้



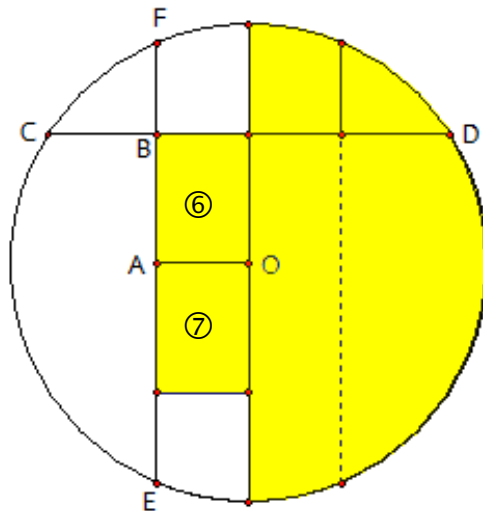
เนื่องจาก บริเวณ ① มีพื้นที่เท่ากับบริเวณ ⑤

บริเวณ ② มีพื้นที่เท่ากับบริเวณ ③ และ ④

บริเวณ ⑥ มีพื้นที่เท่ากับบริเวณ ⑦

พื้นที่บริเวณ ⑥ =  $6 \times 4 = 24$

ใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนมุมมองแทนพื้นที่ในส่วนที่เท่ากัน จะได้



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ⑥} + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ⑦} \\
 &= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} + 24 + 24 \\
 &= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} + 48
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ส่วนที่ไม่แรเงา} &= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} - \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ⑥} - \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า ⑦} \\ &= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} - 24 - 24 \\ &= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} - 48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} - \text{พื้นที่ส่วนที่ไม่แรเงา} &= (\text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} + 48) - (\text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} - 48) \\ &= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} + 48 - \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม} + 48 \\ &= 96 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$